Тема 1 - Множества

# История

* Създадена от Георг Кантор (1845 - 1918г.)
* Наричана е "наивна" заради използването на не формализирани, интуитивно ясни представи.
* След откриването на парадокси в теорията на множествата се формализират много понятия, които дотогава изглеждат очевидни и не се нуждаят от формално описание.
* Теория на множествата е дял от математиката, който изучава свойствата на множествата от най-обща гледна точка, независимо от вида на елементите, техния брой или свойства.
* Множествата могат да съдържат елементи от различна природа.
* Множествата могат да съдържат други множества като свои елементи.

Дефиниция

Множество е колекция от различими един от друг обекти.

* **Принадлежност**: , ако обектът x е елемент на множеството M (казваме x принадлежи на множеството M) и съответно x ∉ M, ако x не е елемент на M (казваме x не принадлежи на множеството M)

# Описание на множества

* **Конструктивно** описание на множества - чрез изброяване на елементите на множеството

* **Дескриптивно** описание на множества - чрез посочване на свойство, което е характерно за всички елементи от множеството. (P(x) e предикат, който е верен за всеки елемент от множеството)

Пример: Множеството на всички четни положителни числа записваме като:

* **Мощността** на едно множество се определя от броя на елементите му. Означава се

Аксиома отделянето

**Подмножество** е такова множество M′, така че :

Отбелязваме го M′ ⊆ M.

Аксиома за обема

Нека А и В са множества. Тези две множества са равни (еквивалентни) когато за всяко x e изпълнено **x ∈ A  ⟺  x ∈ B**. Което означава, че **еквивалентни** множества са такива, които са съставени от едни и същи елементи, без значение от реда на елементите или дали те се повтарят.

Записваме **A = B**

* **Собствено подмножество** е подмножество M′ което не е еквивалентно с M,   
  т.е. . Бележим с

# Числови множества

* ℕ - множеството на естествените числа - {0,1,2,3,...}
* ℤ - множеството не целите числа {2,−1,0,1,2,...}
* - множеството на рационалните числа -
* - множество на ирационалните числа -
* - множество на реалните числа - включва всички рационални и ирационални числа
* - множество на комплексните числа
* N ⊂ Z ⊂ Q ⊂ R⊂ C
* **Празно множество** е множеството, което не съдържа елементи. Бележи се с ∅ или {}
* **Универсално множество** (универсум) U е множеството над всички множества, т.е. за всяко M ⊆ U. Трябва да се указва при дескриптивното описание на множества.

**Аксиома за степента**

Съвкупността от всички възможни подмножества на множеството М е множество. Отбелязва се с или и се нарича степен на М.

* **Мощността на степента**

# Крайни и безкрайни множества

* **Крайно Множество** е множество което е съставено от краен брой елементи. Ако има точно n различими един от друг елементи в множеството S, където n e неотрицателно цяло число, казваме че S е крайно множество с мощност n. Формално, множество S е крайно, ако съществува биекция f:S→{1,...,n} за някакво естествено число n. Числото n е мощността (кардиналността) на множеството S, отбелязвано с ∣S∣. Друга дефиниция гласи, че **крайно множество е множество което e равномощно на начален отрязък на естествения ред на числата**.
* **Безкрайно множество** е множество което не е крайно.
* **Изброимо множество** е или крайно, или множество равномощно на множеството на естествените числа.
* Ако S е безкрайно множество и ​, където ​ e мощността на множеството на естествените числа, то S е изброимо.
  + изброимите множества могат да бъдат крайни множества или безкрайни изброими множества.
  + безкрайно неизброимо множество няма взаимно еднозначно съответствие (биекция) с множеството на естествените числа.
* Примери за изброими безкрайни множества
  + Множеството на целите числа , е изброимо
  + Множеството на рационалните числа е изброимо
* Примери за неизброими безкрайни множества
  + Множеството на реалните числа

Теорема

Ако А и В са изброими множества, тогава A ∪ B е също изброимо